

CONCURSUL DE MATEMATICA APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

26 ianuarie 2013

CLASA A X-A

Programa TC+CD (3 ore/săpt)

- 1.) a) Demonstrați că $a = \sqrt[3]{\sqrt{50}+7} - \sqrt[3]{\sqrt{50}-7} \in \mathbb{N}$.
- b) Rezolvați în mulțimea numerelor complexe ecuația $x^3 + 3x - 14 = 0$.
- 2.) Arătați că ecuația $\sqrt{x^2+1} + x = m$ are exact o rădăcină pentru orice $m \in \mathbb{R}$, $m > 0$.
Pentru ce valori ale lui m are ecuația soluție negativă?

- 3.) a) Determinați domeniul maxim de definiție pentru funcția $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1-x}{x+6}}$.

b) Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația $2^x + 3^y + 4^z = 2050$.

- 4.) Arătați că expresia

$$\log_{\sin x} \cos x + \log_{\cos x} \operatorname{tg} x + \log_{\operatorname{tg} x} \frac{1}{\cos x} + \log_{\operatorname{ctg} x} \frac{1}{\sin x} + \log_{\frac{1}{\sin x}} \cos x + \log_{\frac{1}{\cos x}} \sin x, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

nu depinde de x .

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore